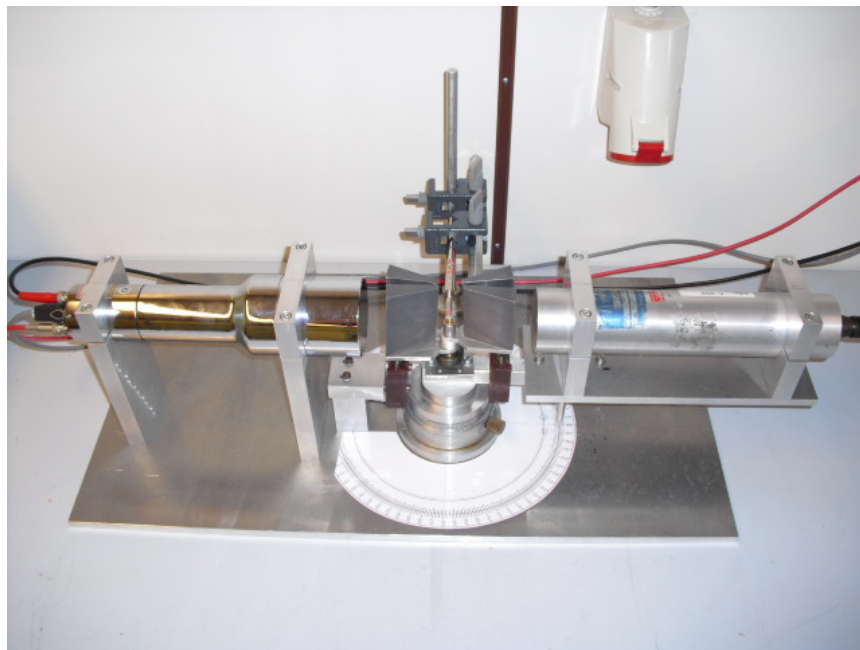


Fortgeschrittenenpraktikum für
Bachelorstudenten der Physik
RWTH Aachen



Versuch T3
 $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation

Februar 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
2	Theorie	3
2.1	γ -Energiespektroskopie mit Szintillationsdetektoren	3
2.2	Winkelverteilung von $\gamma\gamma$ -Ereignissen	6
2.3	Wahre und zufällige Koinzidenzen	7
2.4	Radioaktive Probe: ^{22}Na	8
2.5	Radioaktive Probe: ^{60}Co	9
3	Verwendete Hardware	11
3.1	Schnelle und langsame Koinzidenzschaltung	11
3.2	NIM Standard und Verzögerung von Signalen	12
3.3	Hauptverstärker (Amplifier)	12
3.4	Einkanalanalysator (Single-Channel-Analyzer, SCA)	13
3.5	Vielkanalanalysator (Multi-Channel-Analyzer, MCA)	14
3.6	Koinzidenzeinheit	14
3.7	Zähler (Counter)	14
4	Versuchsdurchführung	15
4.1	Energiespektroskopie	15
4.2	Koinzidenzmessung	17
4.2.1	Annihilationspeak von ^{22}Na	17
4.2.2	Winkelverteilung von ^{60}Co	18
5	Auswertung	19
5.1	Energiespektroskopie	19
5.2	Koinzidenzmessung	19
5.2.1	Annihilationspeak von ^{22}Na	19
5.2.2	Winkelverteilung von ^{60}Co	19
A	Räumliche Gestalt der γ-Strahlung	21
B	Die Parität	24
C	Koinzidenzmessung	25

1 Einführung

Die Kernspektroskopie ist eines der wichtigsten Arbeitsgebiete der Kernphysik. Bei Übergängen zwischen Anregungszuständen eines Kernes werden γ -Quanten emittiert. Durch Messung der Winkelverteilungen dieser Emissionen können Rückschlüsse auf Kerneigenschaften wie Kernspin und Parität gezogen werden.

Häufig gehen angeregte Kerne in Form eines Kaskaden-Zerfalls in ihren Grundzustand über. Dabei ist die Lebensdauer eines Zwischenzustandes oft so gering, dass der Kern sich in dieser Zeit nicht umorientieren kann. In diesen Fall kann der erste Quant zur Festlegung der Strahlungsachse verwendet werden. Die Strahlrichtung des zweiten Quants wird dann relativ dazu gemessen. Bei der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation werden solche korrelierten γ -Quanten oder "Koinzidenzen" nachgewiesen. Die Winkelverteilung der Koinzidenzrate liefert dann ein Bild über die Strahlungscharakteristik des Kernes.

2 Theorie

2.1 γ -Energiespektroskopie mit Szintillationsdetektoren

Als Nachweisgerät für die γ -Strahlung werden Szintillationsdetektoren mit angeschlossenem Photomultiplier verwendet. Der Nachweis der γ -Strahlung erfolgt dabei indirekt über die Wechselwirkung der Photonen mit dem Szintillationsmaterial. Dabei treten drei wesentliche Effekte auf, die die Charakteristik des Energiespektrums einer Probe bestimmen und eine vollständige oder teilweise Energieübertragung des Photons an Elektronen bewirken.

- Beim Photoelektrischen Effekt, auch Photoeffekt genannt, kommt es zu einer Wechselwirkung des Photons mit einem Absorberatom. Das Photon wird absorbiert und gibt seine Energie $h \cdot \nu$ an ein zuvor festgebundenes Elektron ab, welches nun frei ist. Dieses freie Elektron hat dann die Photonenenergie abzüglich seiner Bindungsenergie $E_{Elektron} = h \cdot \nu - E_{Bindung}$. Der Großteil der Photonenenergie bleibt damit dem Elektron als kinetische Energie. Die Leerstelle, die durch das freigewordene Elektron entsteht, wird meist schnell aus den äußeren Schalen des Atoms gefüllt, wobei die höher energetischen Elektronen ihre Energie wiederum mittels Photonen abgeben, die aber in äußeren Schalen absorbiert werden und daher nur selten detektiert werden. Der Photoeffekt ist besonders bei Absorbermaterialien mit hoher Kernladungszahl Z dominant. Für den Wirkungsquerschnitt σ gilt $\sigma \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^3} \cdot [1]$
- Beim Compton-Effekt kommt es zu einer Wechselwirkung des Photons mit einem Elektron aus dem Absorbermaterial. Das Photon ändert seine Richtung und überträgt einen Teil seiner Energie an das Elektron. Der Energieübertrag ist dabei vom Stoßwinkel zwischen Photon und Elektron abhängig und kann von Null bis fast $h \cdot \nu$ gehen. Die dem Photon verbleibende Energie beträgt

$$h \cdot \nu' = \frac{h \cdot \nu}{1 + (1 - \cos(\theta)) \cdot \frac{h \cdot \nu}{m_e \cdot c^2}}.$$

Der Abstand der Comptonkante ($\theta = 180^\circ$) vom Photopeak im Energiespektrum liegt also bei

$$E_C = \frac{h \cdot \nu}{1 + 2 \cdot \frac{h \cdot \nu}{m_e \cdot c^2}}.$$

Unter der Annahme, dass $h \cdot \nu \ll \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot c^2$, folgt, dass $E_C \approx \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot c^2$. Bis zur Comptonkante gibt es ein Kontinuum, das die Compton-Streuung bei Winkeln von 0° bis 180° wiedergibt. Im Energiespektrum treten auch Energien zwischen Comptonkante und Photopeak auf. Diese lassen sich auf mehrfache Comptonstreuung zurückführen. Der Wirkungsquerschnitt zur Compton-Streuung wird durch die Klein-Nishina-Formel wiedergegeben. Ebenfalls auf Comptonstreuung beruht der Rückstreupic, der entsteht, wenn Photonen mit den den Detektor umgebenden Materialien in einem Winkel von mehr als 120° streuen. Der Rückstreupic tritt um die Energie $E_{\text{Rückstreu}} = E_C \approx \frac{1}{2} m_e c^2$ auf.[1]

- Als dritte Wechselwirkung tritt die Paarerzeugung auf. Wenn die Photonenenergie $E_\gamma = h \cdot \nu$ größer ist als die doppelte Ruheenergie eines Elektrons $m_e c^2$, dann ist die Paarerzeugung möglich, wobei aus dem Photon ein Elektron und ein Positron entstehen. Zusätzliche Photonenenergie geht in die kinetische Energie des erzeugten Elektron-Positron-Paares über, die beide durch Wechselwirkungen wieder verlieren. Es gilt für die kinetischen Energien $E_{\text{Elektron}}^{\text{kin}} + E_{\text{Positron}}^{\text{kin}} = h \cdot \nu - 2 \cdot m_e \cdot c^2$. Das dabei entstandene Elektron verbleibt im Absorbermaterial, das Positron annihiliert mit einem anderen Elektron in seiner Umgebung. Dabei entstehen zwei Photonen der Energie 511 keV. Werden beide Annihilationsphotonen und die Photonen von der Abgabe der kinetischen Energie registriert, so ergibt sich wieder die Energie des Photons und im Spektrum wird dies im Photopeak registriert. Entweicht ein Annihilationsphoton aus dem Material ohne detektiert zu werden, so besteht der Abstand vom Photopeak zum Single-Escape-Peak $E_{\text{single-escape}} = h\nu - m_e c^2$. Entweichen beide Annihilationsphotonen undetektiert, so beträgt der Abstand zwischen dem Photopeak und dem Double-Escape-Peak $E_{\text{double-escape}} = h\nu - 2m_e c^2$.

Zusätzlich zu diesen drei Effekten gibt es noch eine Vielzahl anderer Effekte und Überlagerungen von Effekten, die zu einem Kontinuum führen. Bei diversen Spektren führt dies zu einem erkennbaren und messbaren linearem Untergrund, weshalb bei der Auswertung der Spektren die Peakbestimmung mittels einer Überlagerung von Gaußkurve und einem Polynom 1. Grades erfolgt.

Alle drei beschriebenen Wechselwirkungen verursachen auch die Abschwächung von γ -Strahlung in Materie. Der lineare Abschwächungskoeffizient μ ergibt sich aus der Summe der Wirkungsquerschnitte der Wechselwirkungen. Die Intensität der Photonen lässt exponentiell nach und wird durch $I = I_0 \cdot e^{-\mu x}$ nach dem zurücklegen der Strecke x im Absorbermaterial beschrieben.

An das Szintillationsmaterial ergeben sich somit mehrere Forderungen. Zum einen muss das verwendete Material für die Strahlungsart und den Energiebereich sensitiv sein, zum anderen muss es einen möglichst linearen Zusammenhang zwischen Photonenenergie und Szintillationsphotonen liefern, die im Weiteren zu einem linearen Zusammenhang zwischen Photonenenergie und Höhe des Spannungspulses führen. Zudem muss das Szintillatormaterial für die erzeugten Szintillationsphotonen transparent sein. Weiterhin sollte es formbar sein und einen Brechungsindex von ca. 1,5 aufweisen, um einen guten Übergang zur Photokathode des Photomultipliers zu gewährleisten. Bei den hier eingesetzten Szintillatoren wird mit Thallium dotiertes Natrium-Jodid (NaJ(Tl)). Es handelt sich dabei um ein anorganisches Szintillatormaterial. Anorganische Materialien sind gegenüber organischen Materialien langsamer, bieten aber dafür eine gute und lineare Lichtausbeute. NaJ(Tl) ist fast über den gesamten Energiebereich linear und ist deshalb heutzutage ein Standardmaterial für Szintillationsdetektoren. Die Nachteile von NaJ(Tl) sind die mechanische Festigkeit (leicht zerbrechlich) und die Tatsache, dass es hygroskopisch ist und daher vor der Luftfeuchtigkeit geschützt werden muss.

Die Vorgänge im Szintillatormaterial können im Bändermodell erklärt werden. In anorganischen Materialien befinden sich im Leitungsband freie, im Valenzband hingegen gebundene Elektronen. In der Bandlücke zwischen beiden Bändern existieren in einem reinen Material keine erlaubten Zustände. Durch die Dotierung mit einem Aktivator kommen jedoch die neuen angeregten Zustände und Grundzustände des Aktivators hinzu. Bewegt sich nun ein geladenes Teilchen durch das Material, so werden Elektron-Loch-Paare erzeugt. Die so erzeugten Löcher bewegen sich zu Aktivatoratomen und ionisieren diese, regen die Atome also auf höhere Energieniveaus an. Die Elektronen hingegen gehen ins Leitungsband und bewegen sich frei im Kristall, bis sie auf ionisierte, angeregte Aktivatoratome treffen. Das so neutralisierte Aktivatoratom fällt schnell auf den Grundzustand zurück und sendet dabei ein Szintillationsphoton aus, das im Wellenlängenbereich des sichtbaren Lichts liegt.

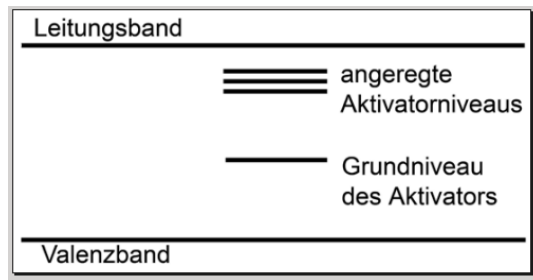


Abbildung 1: Bandmodell zum Szintillatormaterial mit Valenz- und Leitungsband des Basismaterials und mit zusätzlichen Niveaus des eingebrachten Aktivormaterials.

Da der Szintillator für Licht im sichtbaren Spektrum transparent ist, gelangen die erzeugten Szintillationsphotonen zur Photokathode des Photomultipliers (PM). Hier erzeugen sie durch den äußeren photoelektrischen Effekt jeweils ein Elektron im PM. Diese Elektronen werden gebündelt und dann über eine anliegende Spannung nacheinander auf mehrere Dynoden beschleunigt. Dabei werden die Elektronen immer wieder so stark beschleunigt, dass sie an den jeweiligen Dynoden Sekundärelektronen erzeugen. Bei durchschnittlichen Dynodenmaterialien sind es etwa 5 bis 10 Elektronen pro Dynode und auftreffendem Elektron. Die Verstärkung kann beschrieben werden mit $V = \delta^N$, wobei N die Anzahl der Dynoden, der im Versuch eingesetzt hat 10, und δ die Anzahl der ausgelösten Sekundärelektronen ist. Die Erzeugung von Sekundärelektronen ist allerdings ein statistischer Prozess, so dass die Unsicherheit $\sqrt{\delta}$ beträgt. Auf diese Weise können einige hundert auftreffende Photonen in einen messbaren Spannungspuls umgewandelt werden. Typischerweise erreichen je nach PM für jedes an der Photokathode ausgelöste Elektron $10^5 - 10^7$ Elektronen die Anode.

Wichtige Größen zur Charakterisierung der verwendeten Detektoren sind die Energieauflösung und die Effizienz. Die Energieauflösung gibt Auskunft darüber, welche Photonenenergien noch getrennt gemessen werden können und die Effizienz gibt an, wie viele der erwarteten ankommenden Photonen in ein gemessenes Signal umgewandelt werden. Die Energieauflösung ist energieabhängig. Der Zusammenhang kann mit

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{E}} \quad (1)$$

beschrieben werden.

Bei der Effizienz eines Detektors unterscheidet man zwei Arten von Effizienz. Die totale Effizienz ist definiert über $\epsilon_{tot} = \frac{\text{registrierte Ereignisse}}{\text{von der Quelle ausgesendete Ereignisse}}$ und die intrinsische Effizienz als $\epsilon_{int} = \frac{\text{registrierte Ereignisse}}{\text{am Detektor ankommende Ereignisse}}$. Im vorliegenden Fall ist die intrinsische Effizienz von Interesse, also wie viele der am Detektor ankommenden Ereignisse in ein elektrische Signal umgewandelt werden. Es gilt:

$$\epsilon_{int} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot m}{F_D \cdot A \cdot I_\gamma}$$

. Die registrierten Ereignisse ergeben sich aus der Zählrate m , also der Summe über alle registrierten Teilchen gemittelt über die Messzeit. Die am Detektor ankommenden Ereignisse ergeben sich rechnerisch aus der Anzahl der Teilchen, die beim betrachteten Zerfall entstehen und einem geometrischen Faktor. Die Anzahl der betrachteten Teilchen entspricht dem Produkt aus Aktivität der Probe A und dem prozentualen Anteil des betrachteten Zerfalls an der gesamten Aktivität, beschrieben durch I_γ . Der geometrische Faktor ergibt sich näherungsweise aus dem Anteil der Detektorfläche F_D an der Kreisoberfläche mit dem Radius r , der dem Abstand von Quelle zum Detektor entspricht. Dabei wird angenommen, dass sich die Teilchen in alle Raumrichtungen gleichmäßig ausbreiten und die Krümmung der Kurve an der Detektorfläche vernachlässigt werden kann. *Weitere Informationen zur Energiespektroskopie und der Funktionsweise der Detektoren finden Sie in den Anleitungen zu den Versuchen T1 und T2.*

2.2 Winkelverteilung von $\gamma\gamma$ -Ereignissen

Im Rahmen dieses Versuchs werden zwei verschiedene $\gamma\gamma$ -Produktionsmechanismen untersucht. Einer ist die Produktion von $\gamma\gamma$ durch die e^+e^- -Annihilation. Dabei entstehen zwei γ 's unter einem Winkel von 180° . Der zweite Mechanismus ist die Erzeugung durch einen Kaskadenzerfall in einem Kern. Bei einem solchen Zerfall mit einem Übergang von Spin I_i nach I_f wäre die Verteilung der emittierten γ 's isotrop, wenn

- alle $(2 \cdot I_i + 1)$ möglichen Unterzustände mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen (m) gleich besetzt sind und
- alle möglichen Übergänge von (I_i, m_i) nach (I_f, m_f) beobachtet werden.

So gibt es für den einfachen Übergang von $I_i = 1$ nach $I_f = 0$ drei Möglichkeiten mit den Wahrscheinlichkeiten:

$$W^+ = \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot (1 + \cos^2 \theta) \quad (2)$$

$$W^0 = \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot \sin^2 \theta \quad (3)$$

$$W^- = \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot (1 + \cos^2 \theta) \quad (4)$$

Aufgrund der begrenzten Energieauflösung der verwendeten Detektoren, lassen sich die Übergang nur als Überlagerung beobachten und man erhält daher:

$$W = \sum W_i = \frac{3}{4} \cdot \pi \quad (5)$$

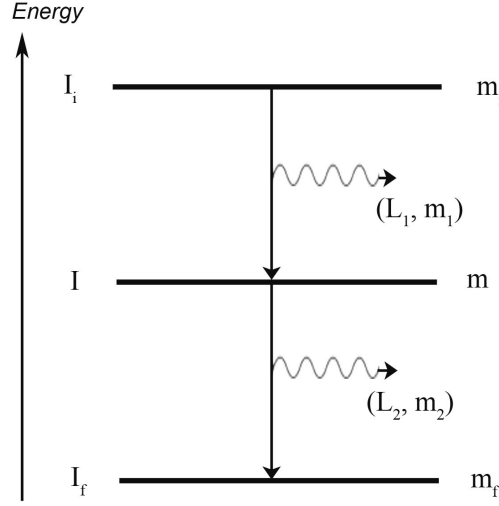


Abbildung 2: Quantenzahlen für $\gamma\gamma$ -Kaskade

Die Intensität ist also isotrop über den ganzen Winkel θ verteilt. Erst bei einer Ungleichbesetzung der magnetischen Unterzustände, also eine anisotrope Verteilung, ist es möglich, eine Winkelverteilung zu messen.

Die Koinzidenzmessung bietet eine Lösung zu diesem Problem. Da man nur mit Bezug auf eine feste Quantisierungsachse die Winkelverteilung messen kann, wird durch Emission des ersten γ -Quants eine solche Achse festgelegt. Die Unterzustände des Zwischensystems hinsichtlich dieser Richtung sind dann ungleich besetzt: Man bekommt also eine Winkelverteilung für das zweite Quant $W(\theta)$. Ist die Lebensdauer des Zwischenzustandes sehr kurz, lässt sich in einem definierten Zeitfenster das zweite γ messen. Ein solches Ereignis wird **Koinzidenz** genannt.

Im Allgemeinen lässt sich die Winkelverteilung oder „Winkelkorrelation“ $W(\theta)$ in der Form:

$$W(\theta) = 1 + A_2 \cdot P_2(\cos\theta) + A_4 \cdot P_4(\cos\theta) + \dots + A_{2k_{max}} \cdot P_{2k_{max}}(\cos\theta) \quad (6)$$

schreiben, mit

$$k_{max} = \min(I, L_1, L_2) \quad (7)$$

Hier werden die Drehimpuls-Quantenzahlen des ersten und zweiten γ -Quants mit L_1 und L_2 bezeichnet. Die Anfangs-, Zwischen- und Endzustände haben die Kernspin-Quantenzahlen: I_i , I und I_f (siehe Abb. 2). $P_\nu(\cos\theta)$ bezeichnen die Legendre Polynome.

Für eine detaillierte Herleitung werfen Sie einen Blick in den Anhang. Der Anhang ist nicht Teil der Vorbesprechung.

2.3 Wahre und zufällige Koinzidenzen

Man unterscheidet zwischen wahren Koinzidenzen, die Rückschlüsse auf physikalische Reaktionen erlauben, und zufälligen Koinzidenzen, die durch Hintergrundereignisse, Rauschen

oder Ähnliches entstehen. Weist man zwei Ereignissen die Einzelnachweiswahrscheinlichkeit p_1 und p_2 zu, so ergeben sich die Einzelzählraten für die beiden Ereignisse zu $N_1 = p_1 \cdot A$ und $N_2 = p_2 \cdot A$, wobei vorausgesetzt wird, dass beide Ereignisse von der selben Quelle mit Aktivität A ausgehen. Die echte Koinzidenzzählrate, also die Zählrate für gemeinsames Eintreten beider Ereignisse, ergibt sich somit zu $N_{real}^{coinc} = p_1 \cdot p_2 \cdot A$. Zur gemessenen Koinzidenzzählrate $N_{measured}^{coinc}$ trägt aber auch die Zählrate der zufälligen Koinzidenzen N_{rand}^{coinc} bei. Es gilt:

$$N_{measured}^{coinc} = N_{real}^{coinc} + N_{rand}^{coinc} \quad (8)$$

Bei der Betrachtung der zufälligen Koinzidenzen ist die Auflösungszeit von Bedeutung, da die Zählrate N_{rand}^{coinc} beschreibt, wie viele Ereignisse in der Auflösungszeit unabhängig von physikalischen Reaktionen auftreten. Die Auflösungszeit des Messverfahrens wird durch die Impulsbreite, Anstiegszeit des Pulses und Schaltzeiten der verwendeten Geräte bestimmt. Nimmt man idealerweise an, dass beide Ereignisse die gleiche Zeit τ benötigen, so gilt für die Auflösungszeit $T_A = 2\tau$. Es ergibt sich somit [8]

$$N_{rand}^{coinc} = T_A \cdot N_1 \cdot N_2 = 2\tau \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot A^2 \quad (9)$$

Die Auflösungszeit ist so zu wählen, dass zwar alle echten Koinzidenzen erfasst werden, aber gleichzeitig möglichst wenig zufällige Koinzidenzen auftreten. Es ist also nötig die optimale Auflösungszeit zu bestimmen (siehe Kap. 4.2).

2.4 Radioaktive Probe: ^{22}Na

Als erstes betrachten wir das langlebigste künstliche Isotop von Natrium, ^{22}Na , das eine Halbwertszeit von 2,60 Jahren besitzt[8]. Das Isotop wird durch β^+ -Zerfall (unter Aussendung eines Positrons) in Neon umgewandelt:



Die emittierten Positronen annihilieren mit Elektronen des Natriums selbst oder mit Elektronen des Aufbaus (siehe Abb. 3).

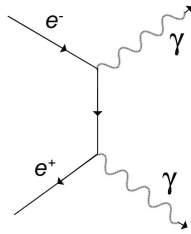


Abbildung 3: e^-e^+ -Annihilation

Bei diesem Prozess entstehen zwei Photonen, die aus Gründen der Impulserhaltung in einem Winkel von 180° auseinander fliegen. Für genau diesen Grund erweist sich das Isotop in der Koinzidenzmessung als sehr nützlich. Die ideale Winkelverteilung besitzt die Form

$W(\theta) = \delta(\theta - \pi)$, was mit Messungen des Koinzidenzaufbaus verglichen werden kann. Daraus lässt sich leicht die Funktionstüchtigkeit des Aufbaus überprüfen und gleichzeitig ein systematischer Fehler auf die Winkelmessung abschätzen, z.B. Nullpunktverschiebung durch verschobene Kollimatoren.

Die wichtigsten Übergänge werden in Abb. 4 gezeigt. Der wahrscheinlichste Übergang ist der $0,5459\text{ MeV}$ β^+ -Übergang:

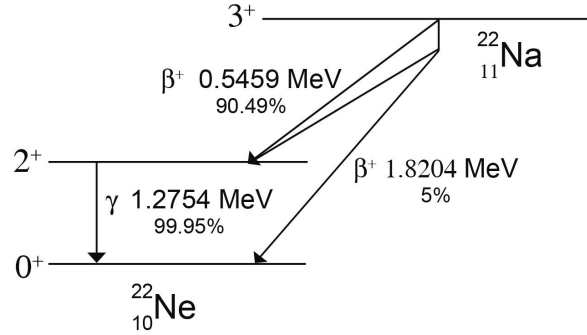


Abbildung 4: Vereinfachtes Zerfallsschema für ^{22}Na mit Übergangsenergien und -wahrscheinlichkeiten

2.5 Radioaktive Probe: ^{60}Co

^{60}Co ist für die $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation besonders gut geeignet, nicht zuletzt wegen seines recht übersichtlichen Zerfallsschemas mit einer relativ eindeutigen Zerfallsart (Abb. 5). Das Isotop wird zunächst durch β^- -Zerfall in Nickel umgewandelt:



wobei der Kern sich dann in zwei möglichen Anregungszuständen befindet. In 99.88% der Fälle befindet sich der Kern im höheren Anregungszustand und kann dann über den Zwischenzustand zwei γ -Quanten emittieren. Im selteneren Fall befindet es sich im Zwischenzustand und emittiert nur einen γ -Quant. Nach der Emission der γ -Quanten befindet sich der Kern wieder im Grundzustand. Die Lebensdauer des 2^+ -Zwischenzustands beträgt nur $0,7\text{ ps}$, so dass bei der häufigsten Zerfallsart die Emission des zweiten γ -Quants als Koinzidenz gut messbar ist [9].

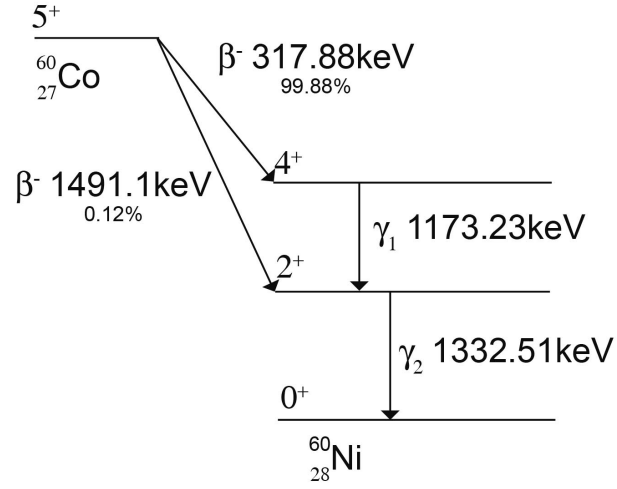


Abbildung 5: Vereinfachtes Zerfallsschema für ^{60}Co mit Übergangsenergien und -wahrscheinlichkeiten

Wie man in dem Zerfallsschema sieht, geht es hier um eine $4(2) - 2(2) - 0$ Kaskade. Mit Hilfe der Tabelle 2 auf Seite 27 und Verwendung der Gleichung (6) erwartet man bei einer Koinzidenzmessung folgende Korrelationsfunktion:

$$W(\theta) = 1 + \frac{1}{8} \cdot \cos^2(\theta) + \frac{1}{24} \cdot \cos^4(\theta) \quad (12)$$

Höhere Potenzen von $\cos(\theta)$ tragen nicht zur Korrelationsfunktion bei, wegen der Nebenbedingung in Gleichung (6). Für diese Zerfallskaskade gilt:

$$k_{max} = \min(I, L_1, L_2) = 2 \quad (13)$$

Mit Hilfe Tabelle 1 auf Seite 25 erkennt man, dass es sich bei beiden Übergängen um elektrische Quadropolstrahlung handelt.

3 Verwendete Hardware

3.1 Schnelle und langsame Koinzidenzschaltung

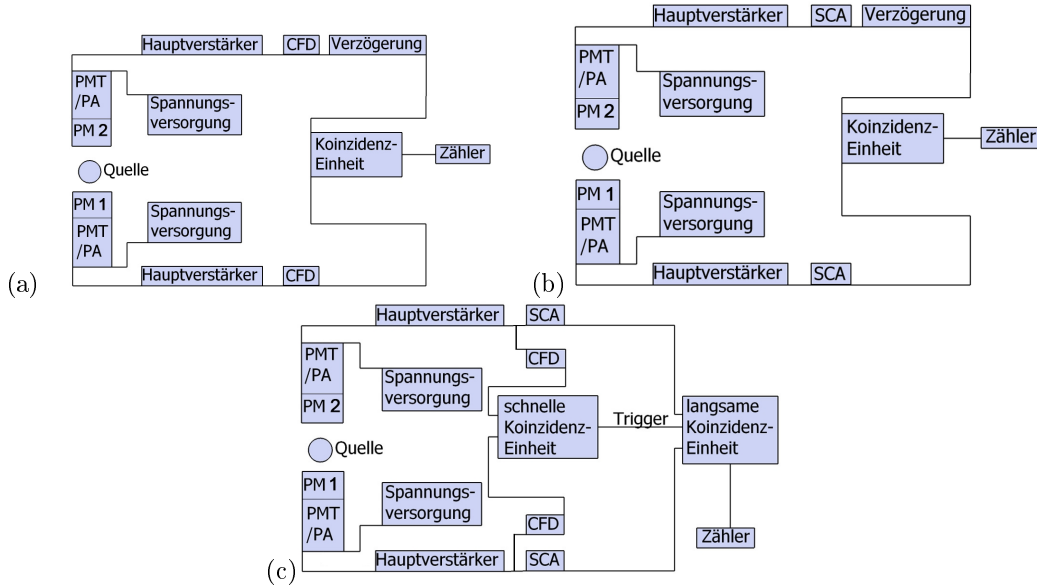


Abbildung 6: Schaltprinzipien für: (a) schnelle Koinzidenzschaltung mit CFD und zeitlicher Sortierung der Signale (b) langsame Koinzidenzschaltung mit SCA und Sortierung der Signale nach Pulshöhen (c) kombinierte schnell-langsame Koinzidenzschaltung, bei der der langsame Kreis mit SCA durch den schnellen Kreis getriggert wird

In der Messtechnik werden drei Koinzidenzverfahren unterschieden, die unterschiedlichen Anforderungen gerecht werden. Die schnelle Koinzidenz liefert eine gute Zeitauflösung, die langsame Koinzidenz eine gute Energieauflösung und die schnell-langsame Koinzidenz ist eine Kombination beider Verfahren. Bei allen drei Verfahren ist das erste Glied im messtechnischen Aufbau der Detektor. Dieser registriert im vorliegenden Fall die Photonen und erzeugt einen Spannungspuls, dessen Höhe proportional zur Energie der registrierten Photonen ist.

Im Verfahren der schnellen Koinzidenz wird das Signal vom Photomultiplier verstärkt und dann an einen Konstant-Verhältnis-Diskriminator (engl. Constant Fraction Discriminator, CFD) weitergeleitet. Dieser dient zum Setzen von genauen Zeitmarken und sendet logische Pulse aus. Die logischen Signale aus beiden CFDs werden im weiteren in einer Koinzidenzeinheit zusammengeführt, die genau dann ein Signal aussendet, wenn beide Signale im Rahmen der eingestellten Auflösungszeit zusammentreffen. Je nach verwendeter Elektronik muss im Aufbau durch den Einbau einer Verzögerungseinheit (engl. Delay) berücksichtigt werden, dass ein Zweig das Signal schneller verarbeitet als der Andere. Die Signale der Koinzidenzeinheit können dann etwa mit einem Zähler (engl. Counter) registriert werden.

Für eine langsame Koinzidenz wird das Signal nach dem Hauptverstärker in einen Einkanalanalysator (engl. Single Channel Analyzer, SCA) geleitet. Dort werden die Pulse nach ihrer Pulshöhe, die proportional zur eingegangenen Photonenenergie ist, gefiltert und nur dann

logische Pulse ausgesendet, wenn die Pulshöhen in einem ausgewählten Bereich liegen. Die Signale aus den SCAs werden dann ebenfalls nach dem Durchlaufen einer Verzögerungsschleife in einer Koinzidenzeinheit zusammengeführt und mit einem Zähler ausgewertet.

Die Auflösungszeit des schnellen Koinzidenzkreises ist deutlich kürzer (ca. 4 ns) als die des langsamen Koinzidenzkreises (ca. 500 ns). Dies nutzt man im kombinierten schnell-langsam-Koinzidenzverfahren, in dem man den schnellen Koinzidenzkreis verwendet, um den Langsamen zu triggern.

3.2 NIM Standard und Verzögerung von Signalen

Ein Standard für mechanische Maße und elektrische Größen in der Kern- und Teilchenphysik beruht auf einzelnen Bausteinen, den Nuclear Instrument Modulen (NIM). In diesem Standard sind Größen für die Außenmaße für elektrische Module definiert. Grundprinzip ist, dass jedes Modul in jede Halterung passt. Deswegen ist auch die Steckerbelegung zur Spannungsversorgung vereinheitlicht. Die Spannung wird über den Rahmen, das NIM-Crate, bereitgestellt. Alle beschriebenen Module sind NIM Standard.

Als Verbindungskabel zwischen den Modulen werden Koaxialkabel verwendet. Diese bestehen aus einem zylinderförmigen Kondensator mit Dielektrikum. Die verwendeten Kabel verzögern das Signal um etwa 5,14 ns/m. Diese Eigenschaft wird in Verzögerungseinheiten genutzt, in denen Kabelstücke verschiedener Länge mittels Schaltern beliebig kombiniert werden können. Eine Reihenschaltung mehrerer Verzögerungseinheiten ist problemlos möglich, wobei zu beachten ist, dass jede Zwischenverbindung eine Verzögerung entsprechend der Kabellänge und jedes Verzögerungsmodul eine intrinsische Verzögerung von 2,5 ns mit sich bringt. Meist, insbesondere bei einer Koinzidenzschaltung, ist die Zeitdifferenz zwischen zwei Signalen relevant. Ein Zeitunterschied kann ausgeglichen werden, indem das zu frühe Signal durch ein längeres Kabel oder Verzögerungseinheiten geschickt wird.

3.3 Hauptverstärker (Amplifier)

Für beide Detektoren wird der gleiche Typ von Hauptverstärker verwendet. Je nach Aufbau als eigenständiges Modul oder kombiniert mit dem SCA. Dieses Modul bietet zum einen eine Verstärkung des Signals mittels grober und feiner Einstellung (engl. coarse bzw. fine gain). Die eigenständigen Module bieten zudem eine Einstellung der Signalmodellierung (engl. shaping). Die Verstärkereinstellungen werden so gewählt, dass am Pulshöhenanalysator alle Kanäle mit dem betrachteten Energiebereich ausgenutzt werden. Beim verwendeten Pulshöhenanalysator bedeutet dies, dass die Spannungspulse zwischen 0 V und 10 V liegen müssen, um erfasst zu werden. Die Signale des im PM integrierten Vorverstärkers bewegen sich im mV-Bereich, so dass passende Verstärkungsfaktoren um 500 liegen. Da von den PMs und den jeweiligen Vorverstärkern leicht unterschiedliche Signalstärken kommen, unterscheiden sich die Verstärkungsfaktoren in den Hauptverstärkern zwischen beiden Zweigen. Der Verstärkungsfaktor ergibt sich multiplikativ aus feinem und groben Verstärkungsfaktor. Zu beachten ist noch, dass die Vorverstärker die Signale in positiver Polarität ausgeben. In den Hauptverstärkern ist die Polarität entsprechend einzustellen.

Die einstellbare Signalmodellierung dient einer Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses. Als Signal wird eine Gaußkurvenform verwendet. Die Formzeit (engl. Shaping-Time) entspricht dabei geometrisch gesprochen der Standardabweichung, ist also ein Maß für die Puls-

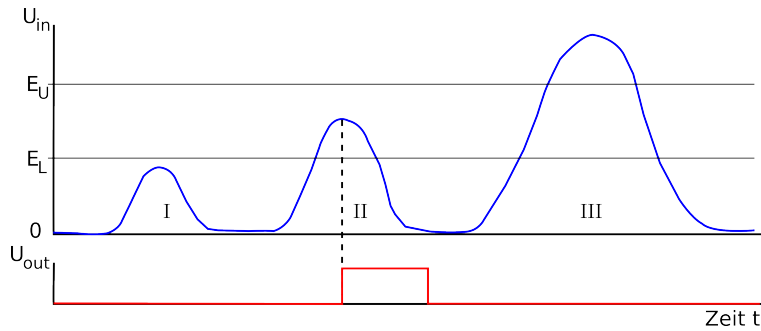


Abbildung 7: Skizze zur Pulsfolge am Einkanalanalysator. Der erste (I) Puls in der Eingangsspannung (blaue Linie) U_{in} liegt unterhalb der eingestellten mindest Höhe von E_L . Diese Grenze wird durch das Lower Level E am Modul eingestellt. Der zweite (II) Puls liegt im eingestellten Fenster zwischen E_L und E_U . Wobei sich E_U durch das am Modul eingestellte $E + \Delta E$ ergibt. Dieser Puls (II) erzeugt einen logischen Rechteckpuls fester Dauer im Ausgangssignal U_{out} . Dieser Ausgangspulse wird erzeugt, wenn das Maximum des Pulses detektiert wurde. Die anderen beiden Pulse (I + III) erfüllen nicht die Kriterien (zu klein, bzw. zu groß) und erzeugen daher keine Ausgangspulse.

breite. Die Formzeit ist dabei so zu wählen, dass die Zeit ausreicht, um alle Ladung vom Detektor zu sammeln und gleichzeitig kurz genug ist, um hohe Zählraten zu ermöglichen. Je länger die Formzeit ist, desto besser ist dabei das Signal-Rausch-Verhältnis. Ist die Formzeit aber zu groß gewählt, so können bei hoher Zählrate mehrere getrennte Ereignisse zu einem zusammengefasst werden. Üblich sind Formzeiten bei modernen Photomultipliern von $0,5 \mu s$ bis $2 \mu s$.

Die diskreten Hauptverstärker bieten zwei Ausgänge, einen mit unipolarem und einen mit bipolarem Signal, die integrierten Hauptverstärker nur einen unipolaren. Das bipolare Signal hat den Vorteil, dass die Lage des Nulldurchgangs amplitudenunabhängig ist, sich also gut als Zeitsignal eignet. Dafür unterliegt das bipolare Signal einem höheren Rauschen als das unipolare Signal. Für die Spektroskopie und die Koinzidenzmessung verwendet wird das unipolare Signal verwendet.

3.4 Einkanalanalysator (Single-Channel-Analyzer, SCA)

Als Einkanaldiskriminatoren werden zwei unterschiedliche Module verwendet, je nach Aufbau als eigenständiges Modul oder kombiniert mit dem Verstärker. Beide funktionieren aber auf die gleiche Art und Weise und unterscheiden sich nur in einigen Details.

Die grundsätzliche Aufgabe eines SCAs ist die Filterung von Signalen anhand ihrer Amplitude. Liegt die Amplitude eines Eingangspulses innerhalb der eingestellten Grenzen wird ein digitaler, rechteckiger Ausgangspulse erzeugt. Liegt die Pulshöhe außerhalb der eingestellten Grenzen wird keine Ausgangspulse erzeugt. Bei den benutzten Modellen lassen sich die untere Grenze E und die Fensterbreite ΔE einstellen. Die obere Grenze ergibt sich zu $E + \Delta E$. Die untere Grenze sowie die Fensterbreite lässt sich bei beiden SCA-Modulen von $0 V$ bis $10 V$ einstellen. Im diskreten SCA-Modul lässt sich der Fensterbereich noch von $10 V$ auf $1 V$ umschalten und erlaubt so eine feinere Einstellung kleiner Fensterbreiten.

3.5 Vielkanalanalysator (Multi-Channel-Analyzer, MCA)

Für die Energiespektroskopie wird gezählt, wie oft welche Energie in einem definiertem Zeitraum gemessen wird. Dazu wird die verstärkte Pulshöhe, die linear zum detektierten Szintillationslicht und dieses wiederum linear zur Energie des absorbierten γ 's ist, gemessen und digitalisiert. Bei der Digitalisierung werden die Pulshöhen im Bereich von 0 – 10 V in eine Ganzzahl von 0 bis 16383 umgesetzt. Jede dieser Ganzzahlen entspricht einem Kanal mit einem eigenen Zähler. Alle Kanäle sind gleich breit. In der Auswertung kann dann jedem Kanal nicht nur ein Spannungsbereich, sondern auch ein Energiebereich per Kalibration zugeordnet werden.

Ausgelesen und gesteuert wird der eingesetzte MCA (Multiport II) durch die Software "Gam-mamessung und -analyse". Diese ermöglicht verschiedene Einstellung u.a. von Messzeiten und Anzahl der benutzten Kanäle. Für eine bessere Energieauflösung ist es sinnvoll, die Anzahl der Kanäle auf den höchst möglichen Wert von 16384 einzustellen.

Die Software bietet noch eine Vielzahl weiterer Möglichkeiten wie z.B. eine automatische Energie-Kanal-Kalibrierung, die aber nicht verwendet wird. Die Daten der Software können als ASCII Files (.TKA) gespeichert werden, in denen die ersten zwei Zeilen die vorgegebene und die tatsächliche Messzeit angeben. Jede weitere Zeile entspricht einem Kanal.

3.6 Koinzidenzeinheit

Die Aufgabe der Koinzidenzeinheit besteht darin einen logischen Puls zu erzeugen, wenn zwei oder mehr Signale in einem definierten Zeitfenster, der Auflösungszeit, ankommen. Das Gegenteil ist die Antikoinzidenz, bei der kein Puls erzeugt wird, wenn zwei Signale in der Auflösungszeit zusammenfallen. Das verwendete Koinzidenz-Modul kann zwischen zwei Zeitstufen umgeschaltet werden. Es unterstützt die Bereiche von 10 ns bis 100 ns und von 0,1 μ s bis 1 μ s. Dabei ist zu beachten, dass die Einstellung am Drehrad nicht linear erfolgt. Beachten Sie deshalb unbedingt die Seite 4-3 in der entsprechenden Anleitung von Canberra (Model 2040 Coincidence Analyzer), die am Praktikumsplatz ausliegt.

3.7 Zähler (Counter)

An die Koinzidenzeinheit wird ein Zähler angeschlossen, der die logischen Pulse zählt. Das verwendete Modul hat zudem eine Uhr, so dass eine Messzeit eingestellt werden kann. Der Zähler hat zwei Kanäle auf denen parallel gezählt werden kann. Die Zählerstände werden auf einem Display eingestellt. Das Zurücksetzen erfolgt über einen Druckknopf, ebenso das Starten und Stoppen der Messung. Über die Uhr kann eine maximale Messzeit wahlweise in 0,01 Sekunden oder 0,01 Minuten eingestellt werden. Zu beachten ist dabei, dass die Zeit in der Schreibweise $NM \cdot 10^p$ eingegeben wird. Das bedeutet N gibt die 10er, M die 1er und p die Potenz von 10 im gewählten Einheitenbereich an. Stellungen von N und M auf 0 schalten die Uhr aus.

4 Versuchsdurchführung

Bevor Sie Quellen in den Versuchsaufbau einsetzen, sollten Sie folgende mechanische Einstellungen und Messungen vornehmen:

- Messen Sie mit dem Meßschieber den Abstand zwischen den Detektoren und der Quelle.
- Stellen Sie die Öffnung der Bleikeile (Kollimator) vor den Detektoren so ein, dass der Abstand der Innenkanten etwa 0,5 cm auf der Detektor-nahen Seite beträgt. Lösen Sie dazu die vier Feststellschrauben von unten ein wenig.
- Versuchen Sie die beiden Kollimatoren möglichst symmetrisch um die Strahlachse bzw. senkrecht zur Detektorfläche auszurichten.
- Messen Sie den Abstand von den Detektoren zum zugehörigen Kollimator.
- Stellen Sie einen Winkel von 0° zwischen den Detektoren ein.
- Ein Foto senkrecht von oben ist bei einer eventuellen späteren Fehlersuche hilfreich.

4.1 Energiespektroskopie

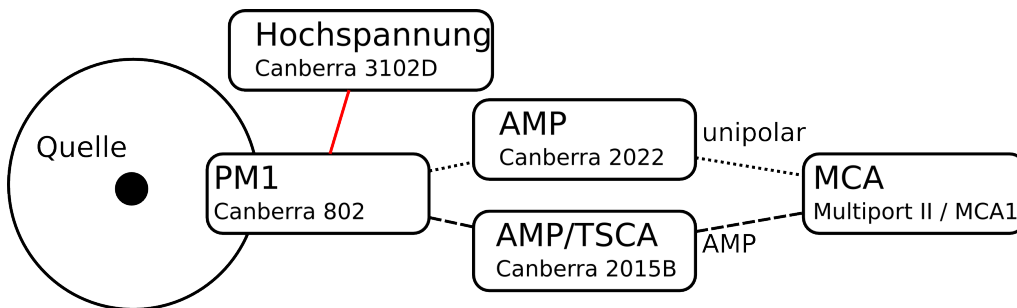


Abbildung 8: Aufbau zur Energiespektroskopie. Je nach Aufbau verwenden Sie die gestrichelten oder gepunkteten Signalwege.

- Versorgen Sie den PM1, der festmontiert ist, mit einer Hochspannung von 490 V (linkes *Canberra 3102D* Modul, HV-Versorgung, Verkabelung ist bereits angeschlossen, entfernen Sie diese bitte nicht). Beachten Sie dabei die Zifferndarstellung auf dem HV Power Supply: die kleinste angezeigte Ziffer entspricht 10 V, d.h. die benötigten 490 V entsprechen 0,49 auf der Anzeige.
- Das Signalkabel des PM1 ist bereits mit dem Eingang eines Verstärkers verbunden. Stellen Sie sicher, dass die Polarität auf + gesetzt ist. Verbinden Sie den unipolaren Ausgang mit dem ersten Eingang des MCA. Falls die Signalformung einstellbar ist, wählen Sie $0,5 \mu\text{s}$ als Shaping-Time.
- Starten Sie die Erfassungssoftware (Desktop Icon "Gammamessung und -analyse") auf dem PC (User Praktikum, kein Passwort). Platzieren Sie die ^{152}Eu Probe vor/auf

dem Detektor und drücken Sie im Programm auf *Start* um die Messung zu beginnen. Wählen Sie die Verstärkungseinstellungen so, dass Sie das gesamte Spektrum erfassen. Sie müssen dabei etwa 30 Sekunden warten, bis sich alle Peaks erkennbar herausgebildet haben. Hinweis: *Auf der linken Seite sollen 3 kleine Peaks erkennbar sein und ein vierter Peak ganz rechts!* Ihre gewählten Verstärkereinstellungen sollten sich im Bereich von (≈ 500) bewegen.

- Erfassen Sie die Spektren von ^{152}Eu , ^{60}Co und ^{22}Na für jeweils 10 Minuten und speichern Sie die Spektren jeweils unter dem Dateiformat *.tka*. Dadurch wird eine ASCII-Datei mit den Messdaten erzeugt. Im erzeugten File wird in der ersten Zeile die eingestellte Messzeit und in der zweiten Zeile die tatsächlich gemessene Zeit in Sekunden angegeben. Jede weitere Zeile entspricht einem Kanal des MCA. Machen Sie zusätzlich eine Leermessung um mögliche Hintergrundeffekte abzuschätzen zu können. Verwenden Sie für alle Isotope dieselben unveränderten Verstärkereinstellungen.
- Aus diesen Messungen sollen Sie zu Hause Energieauflösung und Effizienz des Detektors bestimmen. Überlegen Sie sich, welche weiteren Größen Sie dafür bestimmen müssen und notieren Sie diese. Nutzen Sie die Zeit der Datenaufnahme, um sich mit Hilfe des zweiten Detektors (gleiche Einstellungen wie PM1) und des Oszilloskops mit den verschiedenen Modulen vertraut zu machen. Betrachten Sie z.B. die Signalveränderungen bei unterschiedlichen Shaping-Time Einstellungen, die Unterschiede zwischen uni- und bipolarem Signal und die Kombination verstärktes Signal (eventuell über T-Stück) und SCA Ausgang. Hinweis: *Verwenden Sie ggf. die Single Seq. Taste am Oszilloskop.*

4.2 Koinzidenzmessung

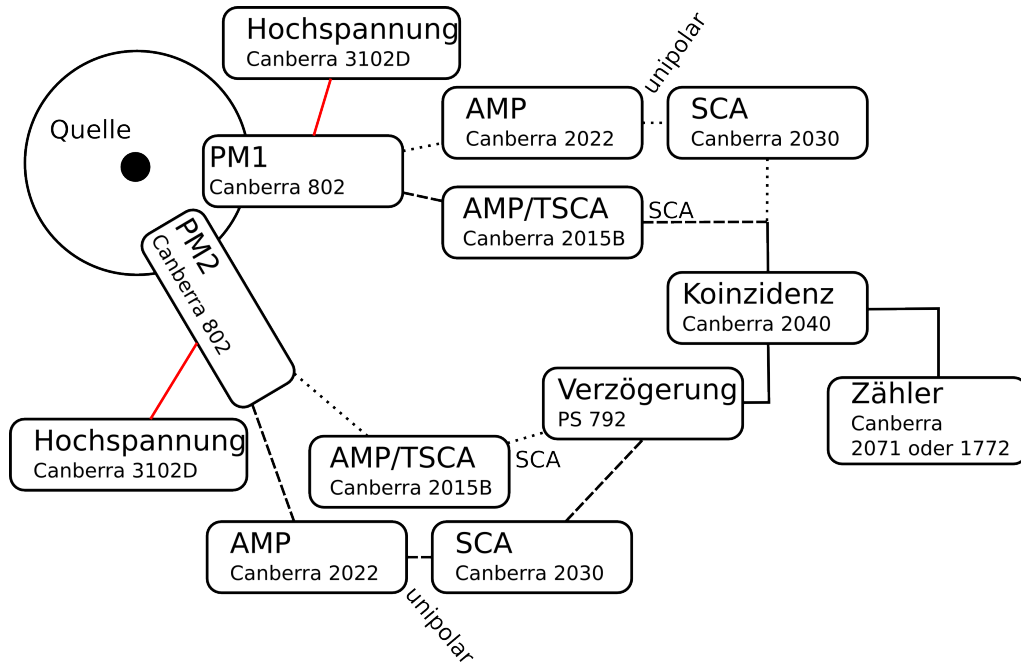


Abbildung 9: Der Versuchsaufbau zur Koinzidenzmessung. Je nach Aufbau verwenden Sie die gestrichelten oder gepunkteten Signalwege.

4.2.1 Annihilationspeak von ^{22}Na

- Versorgen Sie den *PM2* mit einer Hochspannung von 490 V (rechtes *Canberra 3102D* Modul, HV-Versorgung, Verkabelung ist bereits angeschlossen, entfernen Sie diese bitte nicht). Das Signalkabel des *PM2* ist bereits mit dem Eingang des zweiten Hauptverstärkers (rechtes Modul) verbunden. Stellen Sie die Polarität auf positiv und stellen Sie falls möglich eine Shaping-Time von $0,5 \mu\text{s}$ ein. Platzieren Sie die ^{60}Co oder ^{152}Eu Quelle vor dem Detektor und wählen Sie wie zuvor mit Hilfe des MCA eine gute Verstärkereinstellung (≈ 500) für den *PM2*-Signalzweig.
- Platzieren Sie nun die ^{22}Na Quelle vor/auf dem Detektor. Verbinden Sie falls nötig die unipolaren Ausgänge der Verstärker jeweils mit dem Eingang des rechts daneben montierten SCAs. Als nächstes verbinden Sie den Ausgang eines der SCAs mit dem Eingang des Counters. Stellen Sie eine feste Fenstereinstellung ΔE von 0,2 V ein und fahren Sie das Spektrum ab. Variieren Sie dazu den *Lower Level E* in 0,20 V Schritten von 0 – 10 V und suchen Sie bei welchem Spannungswert der Annihilationspeak bei den beiden Detektoren zu finden ist. Wählen Sie mit Hilfe der zuvor ermittelten Daten einen Wert für *Lower level E* für eine Fensterbreite ΔE von unfähr 0,8 V um den gesamten Peak im Spektrum zu erfassen.
- Bestimmen Sie nun die Auflösungszeit (“Resolving Time”) und die optimale Verzögerung des Aufbaus. Platzieren Sie die ^{22}Na Probe zwischen beiden Detektoren. Stellen

Sie zunächst eine Resolving Time des Koinzidenz-Moduls von etwa 30 ns ein. Verbinden Sie einen SCA-Ausgang mit dem Eingang des Verzögerungsmoduls. Dann verbinden Sie den Ausgang der ersten Verzögerungsstufe mit der zweiten Verzögerungsstufe des Verzögerungsmoduls. Verbinden Sie schließlich den Ausgang der zweiten Delay-Stufe sowie den Ausgang des zweiten SCA-Moduls mit dem Koinzidenz-Modul. Der Ausgang des Koinzidenz-Moduls wird mit dem Zähler verbunden. Die beiden Kanäle müssen am Koinzidenz-Modul auf "IN" geschaltet werden. Fahren Sie nun in 30 ns Schritten die Verzögerungen durch und notieren Sie jeweils die Counteranzeige nach einer festen Meßzeit von z.B. 10 s. Beachten Sie, dass jede Verzögerungsstufe auch ohne zugeschaltete Verzögerung eine intrinsische Verzögerung von 2,5 ns bedeutet. Nachdem Sie für einen PM alle Verzögerungszeiten durchlaufen haben, verbinden Sie beide SCA-Ausgänge direkt mit der Koinzidenzeinheit. Diese Messung entspricht der Verzögerung von 0 ns. Danach verzögern Sie den anderen PM. Wenn Sie die gezählten Ereignisse gegen die Verzögerungszeit auftragen ergibt sich annähernd eine Gauss-Verteilung. Stellen Sie die Verzögerung auf dem Mittelwert der Verteilung ein. Variieren Sie nun die Resolving-Time in sinnvollen Schritten (nicht zwingend äquidistant) bis hin zum maximal möglichen Wert im längeren Bereich und zählen erneut jeweils die Ereignisse in einem sinnvollen Zeitraum. Tragen Sie die Ereignisanzahl gegen die echte Resolving-Time auf und ermitteln eine optimale Resolving-Time-Einstellung. Falls Sie auf diesem Graphen keine optimale Resolving-Time erkennen können, nehmen Sie die Breite der Gausverteilung des Delay-Fits als Resolving-Time. Für die Umrechnung der eingestellten Resolving-Time in eine echte Zeit beachten Sie bitte die Seite 4-3 der Canberra Anleitung.

- Das Signal aus einem SCA sollte nun die Verzögerungseinheit durchlaufen und mit einem Eingang des Koinzidenz-Moduls verbunden sein. Das Signal aus dem zweiten SCA sollte direkt mit einem weiteren Eingang des Koinzidenz-Moduls verbunden sein.
- Zählen Sie nun die Ereignisse von -10° bis 10° in 2° Schritten mit beiden Detektoren in Koinzidenz für eine Messzeit von je 2 Minuten.

4.2.2 Winkelverteilung von ^{60}Co

- Verfahren Sie ähnlich wie für die ^{22}Na Messung. Stellen Sie eine feste Fenstereinstellung (Window ΔE) von 0,2 V ein und fahren Sie das Spektrum ab. Variieren Sie dazu den *Lower Level E* in 0,20 V Schritten von 0 – 10 V und suchen Sie bei welchen Spannungswerten die beiden Peaks zu finden sind. Stellen Sie auf Basis dieser Ergebnisse die SCAs auf je einen Photopeak mit einer Fensterbreite von 0,80 V ein.
- Verbinden Sie nun wieder alle Kabel so, wie im letzten Schritt zur Messung des Annihilationspeaks von ^{22}Na . Behalten Sie die ermittelten optimalen Delay und Resolving-Time Werte bei.
- Messen Sie die Winkelverteilung von ^{60}Co von 0° bis zum maximal möglichen Winkel ($\approx -82^\circ$) in 10° Schritten. Führen Sie eine Testmessung über einen Zeitraum von 5 Minuten bei 0° durch. Bestimmen Sie anhand der theoretischen Erwartung, der Testmessung und den zu erwartenden statistischen Fehlern eine sinnvolle Messdauer für jede Winkeleinstellung.
- Verzögern Sie zum Schluß einen PM maximal. Messen Sie noch einmal mit der bestimmten Messdauer und ziehen Sie die gemessene Anzahl von ihren vorherigen Ergebnissen

ab. Was messen Sie bei dieser Einstellung und warum ziehen Sie die Messungen voneinander ab?

5 Auswertung

5.1 Energiespektroskopie

1. Zeichnen Sie die Spektren von ^{152}Eu , ^{60}Co und ^{22}Na auf. Identifizieren Sie jeweils die Lage des Photopeaks und falls möglich der Comptonkante.
2. Erstellen Sie eine Kalibrationsgerade zwischen der Photonenenergie und der Kanalnummer. Bestimmen Sie dazu die Lage der Photopeaks durch eine Anpassung einer Gaußkurve mit linearem Untergrund.
3. Bestimmen Sie die Energieauflösung des Szintillators in Abhängigkeit von der Energie, indem Sie die Halbwertsbreiten der Photopeaks herausfinden. Bestimmen Sie die Koeffizienten a und b gemäß Gleichung (1).
4. Bestimmen Sie die Effizienz ε des Detektors aus den gemessenen Raten der Photopeaks. Berechnen Sie dazu die Aktivität der verwendeten Proben am Versuchstag.

5.2 Koinzidenzmessung

5.2.1 Annihilationspeak von ^{22}Na

1. Tragen Sie die gezählten Ereignisse gegen die Verzögerungszeit und gegen die Resolving-Time auf. Bestimmen Sie daraus die Auflösungszeit und die optimale Verzögerung des Aufbaus.
2. Tragen Sie die Zählraten der Koinzidenzmessung gegen den Winkel θ auf und passen Sie eine Gaußkurve an. Wo liegt die Mittelwert der Verteilung? Wie groß ist die Standardabweichung? In wie weit entspricht dies der theoretischen Erwartung (siehe Kap. 2.4)? Nehmen Sie im folgenden die Standardabweichung der Gaußkurve als statistischen Fehler auf die Winkelmessung an. Korrigieren Sie gegebenenfalls die Winkelwerte um eine systematische Abweichung.

5.2.2 Winkelverteilung von ^{60}Co

1. Zeichnen Sie die Korrelationsfunktion $W(\theta)$ für den gemessenen Winkelbereich, wobei:

$$W(\theta) = N_{\text{measured}}^{\text{coinc}}(\theta) / N_{\text{measured}}^{\text{coinc}}(0^\circ) \cdot W_{\text{theo}}(0^\circ) \quad (14)$$

2. Es soll nun eine Anpassung der Form

$$W(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2(\theta) + a_4 \cdot \cos^4(\theta) + \dots \quad (15)$$

gemacht werden für den gemessenen Winkelbereich. Bis zur welcher Potenz von $\cos(\theta)$ sollte man hier anpassen und warum? Bestätigen Sie die theoretischen Werte der Koeffizienten a_i , sowie die Güte ihrer Anpassung (Fehlerrechnung!).

Literatur

- [1] Glenn F. Knoll: *Radiation Detection and Measurement*. John Wiley & Sons, New York, 1979.
- [2] Haro v. Buttlar: *Einführung in die Grundlagen der Kernphysik*, Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main, 1964.
- [3] T. Mayer-Kuckuk: *Physik der Atomkerne*, Teubner Studienbücher, Stuttgart, 1994.
- [4] Jackson, *Classical Electrodynamics*, J. Wiley and Sons.
- [5] W.N. Cottingham & D.A. Greenwood: *An Introduction to Nuclear Physics*, Cambridge University Press.
- [6] M.J. Martin & P.H. Blichert-Toft: *Radioactive Atoms*, Nuclear Data Project, Oak Ridge, Tennessee, 1970.
- [7] Erwin Bodenstein: *Experimente der Kernphysik und ihre Deutung*, B.I. Wissenschaftsverlag
- [8] H.U. Schmidt: *Meßelektronik in der Kernphysik*, B.G. Teubner, Stuttgart, 1986.
- [9] M.J. Martin & P.H. Blichert-Toft: *Radioactive Atoms*, Nuclear Data Project, Oak Ridge, Tennessee, 1970.

A Räumliche Gestalt der γ -Strahlung

Bei der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation interessieren wir uns ausschließlich für die γ -Emission, die als elektromagnetische Strahlung wahrgenommen wird.

Um die räumliche Gestalt der Strahlungsintensität zu verstehen, kann man die Maxwellgleichungen im Vakuum verwenden:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}; \quad \text{rot}\vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}; \quad (16)$$

Es wird dabei berücksichtigt, dass die Felder quellenfrei sind:

$$\text{div}\vec{E} = \text{div}\vec{B} = 0 \quad (17)$$

Mit der Annahme, dass die $\vec{E}$ - und $\vec{B}$ -Felder eine Zeitabhängigkeit der Form $e^{-i\omega t}$ besitzen und mit der nichtrelativistischen Dispersionsrelation $c = \frac{\omega}{k}$, bekommt man:

$$\text{rot}\vec{E} = ick\vec{B}; \quad \text{rot}\vec{B} = -\frac{ik}{c}\vec{E} \quad (18)$$

Die Gleichungen können nun ineinander eingesetzt werden, um die bekannte Wellengleichungen zu bekommen:

$$(\Delta + k^2)\vec{E} = 0; \quad (\Delta + k^2)\vec{B} = 0 \quad (19)$$

Wir suchen zunächst die Lösungen der entsprechenden skalaren Wellengleichung:

$$(\Delta + k^2)\psi(\vec{r}) = 0 \quad (20)$$

Um eine Quelle gehen die Strahlung kugelförmig aus. Es wird deswegen der kugelförmige Ansatz gewählt:

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{U(r)}{r} \cdot P(\cos\theta) \cdot Q(\phi) \quad (21)$$

Durch Aufstellung von Differentialgleichungen in Kugelkoordinaten und Verwendung eines Potenzreihenansatzes (siehe z.B. [2]) bekommt man als Lösungen der θ -Abhängigkeit die zugeordnete Legendrepolynome:

$$P_l^m(x) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1 - \cos^2\theta)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{d(\cos\theta)^{l+m}} (\cos^2\theta - 1)^l, \quad (22)$$

wobei $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ und $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$ sind. Die Felder sind also quantisiert. Die φ -abhängigen Lösungen sind ganz einfach durch

$$Q(\varphi) = e^{im\varphi} \quad (23)$$

gegeben. Die Radialabhängigkeit wird durch die sphärischen Besselfunktionen beschrieben:

$$j_L(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} J_{l+\frac{1}{2}}(kr), \quad (24)$$

wobei $J_{l+\frac{1}{2}}$ die gewöhnlichen Besselfunktionen sind. Für unsere Zwecke ist diese radiale Abhängigkeit aber nicht interessant, da wir später nur Winkelverteilungen betrachten werden. Die φ - und θ -Terme der Lösungen können wir aber als Kugelflächenfunktionen zusammenfassen:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} \cdot P_l^m(\cos\theta) \cdot e^{im\varphi} \quad (25)$$

Die Anregungszustände des Kerns können als Eigenfunktionen des Kernspins $\vec{I}$ beschrieben werden. Beim Übergang zwischen Anregungszuständen werden γ -Quants mit Energien emittiert, die den Energiedifferenzen der Zustände entsprechen. Deshalb ist es auch logisch, dass das Strahlungsfeld der Kerne auch als Eigenfunktionen des Drehimpulses $\vec{l}$ beschreiben werden kann. Im nächsten Schritt suchen wir die Lösungen der Feldgleichungen (19), indem wir den Drehimpulsoperator

$$\vec{l} = -i(\vec{r} \times \vec{\nabla}) \quad (26)$$

an die skalaren Wellenfunktion $\psi(\vec{r})$ anwenden. Wir bekommen mit Hilfe der vektoriellen Kugelflächenfunktion $X_l^m(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \vec{l} \cdot Y_l^m(\theta, \varphi)$ folgende Abhängigkeiten:

$$E_l^m \propto X_l^m; \quad \text{und} \quad B_l^m \propto -\frac{i}{kc} \text{rot} \left(E_l^m \right) \quad (27)$$

$$B_l^m \propto X_l^m; \quad \text{und} \quad E_l^m \propto \frac{ic}{k} \text{rot} \left(B_l^m \right) \quad (28)$$

Durch Summieren dieser Lösungen für alle möglichen m und l bekommt man eine vollständige Multipolentwicklung des elektromagnetischen Strahlungsfeldes. Wir bezeichnen nun der Kernspin des Anfangs- bzw. Endzustands durch $\vec{I}_1$ bzw. $\vec{I}_2$. Wegen der Drehimpulserhaltung bekommt man folgenden Auswahlregeln für die Quantenzahlen:

$$|I_1 - I_2| \leq l \leq I_1 + I_2; \quad \text{mit} \quad m = m_1 - m_2 \quad \text{und} \quad |m| \leq l, \quad (29)$$

wobei meistens die niedrigste Multipolordnung dominiert. Für eine Erklärung dazu wird auf [3] hingewiesen.

In der Kernspektroskopie ist es wichtig zwischen elektrischer E und magnetischer M Multipolstrahlung zu unterscheiden. Leider ist es nur durch die Messung der Polarisation der γ -Strahlung möglich, den Strahlungscharakter, also ob es sich um eine El - oder Ml -Strahlung handelt, zu bestimmen. Es lässt sich aber theoretisch zeigen, dass die Übergangswahrscheinlichkeit für elektrische Multipolstrahlung viel höher als die für magnetische Multipolstrahlung bei derselben Ordnung ist.

Photonen werden in der Form eines 2^l -Pol Multipolfelds der Multipolordnung l emittiert. Man merke, dass $\hbar l$ dem vom Photon angenommenen Gesamtdrehimpuls entspricht, mit einer Projektion auf der z-Achse von $m\hbar$. Da das Photon einen intrinsischen Spin von 1 besitzt, ist der Wert $l = 0$ nicht möglich. Abbildung 10 zeigt ein Beispiel von erlaubten und nicht erlaubten Übergängen anhand einer $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ Kaskade.

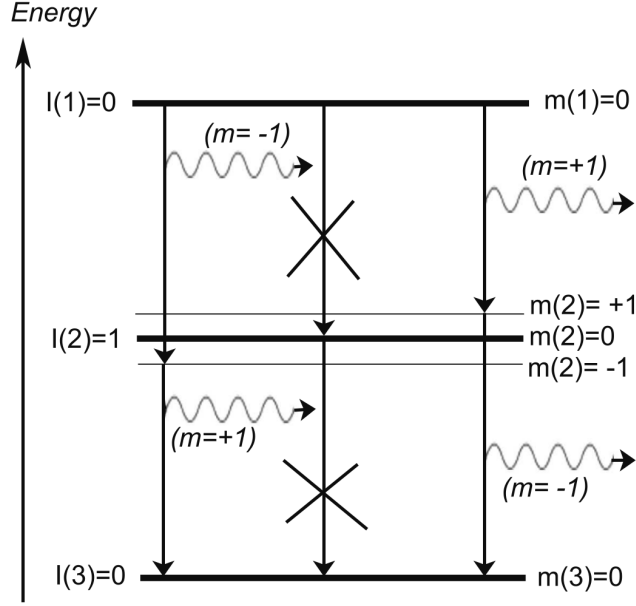


Abbildung 10: Beispiel erlaubter Übergänge für $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$ Kaskade

Das Bild zeigt, dass für $\Delta I = 1$ die Übergänge mit $m = 0$ nicht erlaubt sind. Die physikalische Begründung dafür wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

Letztendlich interessieren wir uns für die gemessene Intensität, die durch den Betrag des Poynting Vektors gegeben ist:

$$I = |\vec{S}| = \varepsilon_0 c E^2 \propto |X_l^m|^2 \quad (30)$$

Durch Anwendung Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren berechnet man für den Betrag der vektoriellen Kugelflächenfunktion [4]:

$$|X_l^m(\theta)|^2 = \frac{1}{2l(l+1)} [(l(l+1) - m(m+1)) \cdot |Y_l^{m+1}(\cos\theta)|^2 + (l(l+1) - m(m-1)) \cdot |Y_l^{m-1}(\cos\theta)|^2] \quad (31)$$

Durch Einsetzen von $l = 1$ und $m = 0, \pm 1$ bekommt man dann folgende Lösungen:

$$|X_1^0|^2 = \frac{3}{8\pi} \cdot \sin^2\theta; \quad \text{und} \quad |X_1^{\pm 1}|^2 = \frac{3}{16\pi} \cdot (1 + \cos^2\theta) \quad (32)$$

In Abbildung 11 werden die beide Lösungen als Polardiagramme dargestellt.

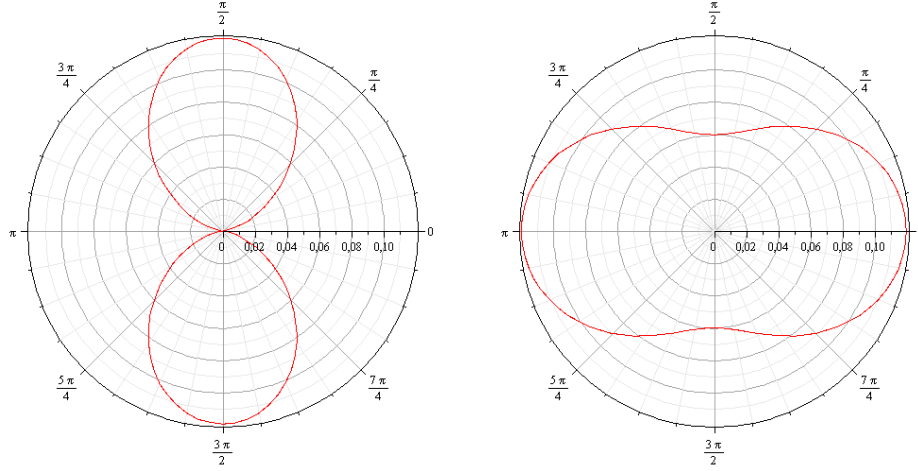


Abbildung 11: Gestalt der vektoriellen Kugelflächenfunktionen. Links: $|X_1^0(\theta)|^2$ Rechts: $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$

Anhand dieser Bilder ist deutlich zu sehen, dass die Winkelverteilungen und deswegen auch die Intensitäten spiegelsymmetrisch zur 90° -Achse sind. Eine genauere Betrachtung der Gestalt der Kugelflächenfunktion, bzw. des zugeordneten Legendrepolynomes zeigt, dass beim Quadrieren nur gerade Potenzen von $\cos(\theta)$ vorkommen. Es ist auch leicht zu sehen, dass die φ -abhängige Komponente $Q(\varphi) = e^{im\varphi}$ beim Bilden des Betragsquadrats weg fällt. Deswegen ist die Winkelverteilung auch nur von θ abhängig.

Für unsere in Abb. (10) gezeigten Beispiel mit $\Delta I = 1$ sind $|X_1^0(\theta)|^2$ und $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$ die beiden möglichen Winkelverteilungen. Wie man in Abb. (11) sieht, emittiert nur $|X_1^{\pm 1}(\theta)|^2$ Quanten in z -Richtung. Die Winkelverteilung lässt sich aber nur gegen eine festgelegte z -Achse bestimmen. Es können also mit Hinsicht auf diese Quantisierungsrichtung nur die Zustände mit den magnetischen Quantenzahlen $m = \pm 1$ besetzt werden.

B Die Parität

Die Parität Π ist eine multiplikative Quantenzahl, die den Symmetriecharakter der Wellenfunktion bei Raumspiegelung beschreibt. Durch Spiegelung der Koordinatensystems an der Ursprung:

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r} \quad (33)$$

sollen sich bei Erhaltung der Parität die Eigenschaften des Systems nicht ändern. Die Wellenfunktion darf sich nur um den konstanten Wert Π ändern, wobei eine Rücktransformation wieder die ursprüngliche Funktion liefert, also $\Pi^2 = 1$. Ein System hat die Parität $+1$ wenn gilt [5]:

$$\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r}) \quad (34)$$

und hat die Parität -1 für:

$$\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}). \quad (35)$$

Die Parität ist in der elektromagnetischen Wechselwirkung eine Erhaltungsgröße des Systems. Durch Anwenden des Paritätsoperators auf die Multipolfelder, bekommt man für die elektrische Multipolstrahlung eine Parität von $\Pi = (-1)^l$ und für die magnetische Multipolstrahlung eine Parität von $\Pi = (-1)^{l+1}$. Beim Übergang zwischen Kernzuständen 1 und 2 gilt also die Beziehung:

$$\Pi_1 = (-1)^l \cdot \Pi_2 \quad (36)$$

für elektrische Strahlung und

$$\Pi_1 = (-1)^{l+1} \cdot \Pi_2 \quad (37)$$

für magnetische Strahlung.

Anhand die beide Gleichungen ist es also grundsätzlich möglich zu bestimmen, ob beim Strahlungsübergang eine **Paritätsänderung** stattgefunden hat. In Tabelle (1) sind mehrere Beispiele von γ -Übergängen für unterschiedliche Multipolordnungen und Kernspinänderungen gegeben. Die in Klammern gesetzte M-Strahlungen sind wegen der niedrigen Übergangswahrscheinlichkeit praktisch nicht zu sehen.

Kernspinänderung $ \Delta I $	0	1	2	3	4
Paritätsänderung	E1; (M2)	E1; (M2)	M2; E3	E3; (M4)	M4; E5
keine Paritätsänderung	M1; E2	M1; E2	E2; (M3)	M3; E4	E4; (M5)

Tabelle 1: Multipolordnung El und Ml in Abhängigkeit von der Kernspin- und Paritätsänderung. Entnommen aus [3].

Hinweis: Der Bezeichnung I^+ bzw. I^- bedeutet Kernspin I mit Parität $\Pi = \pm 1$.

C Koinzidenzmessung

Wie schon erwähnt wurde, ist die Intensität der emittierten Strahlung durch $I \propto |X_l^m(\theta)|^2$ gegeben. Falls die magnetischen Unterniveaus m gleichwahrscheinlich besetzt sind, ist die emittierte Strahlung aber letztendlich eine Überlagerung aller verschiedenen Unterniveaus. Zum Beispiel gibt es für $l = 1$ drei mögliche Unterniveaus: $m = 0, +1, -1$. Damit erhalten wir als Überlagerung:

$$I \propto |\vec{X}_1^0(\theta)|^2 + |\vec{X}_1^{+1}(\theta)|^2 + |\vec{X}_1^{-1}(\theta)|^2 = \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta + \frac{3}{8\pi} (1 + \cos^2\theta) = \frac{3}{4\pi} \quad (38)$$

Die Intensität ist also isotrop über den ganzen Winkel θ . Erst bei einer Ungleichbesetzung der magnetischen Unterzustände, also eine anisotrope Verteilung, ist es möglich, eine Winkelverteilung zu messen.

Die Koinzidenzmessung bietet eine Lösung zu diesem Problem. Es kann letztendlich nur mit Bezug auf eine feste Quantisierungsachse die Winkelverteilung gemessen werden. Durch Emission des ersten γ -Quants wird eine solche Achse festgelegt. Die Unterzustände des Zwischensystems hinsichtlich dieser Richtung sind dann verschieden besetzt: Man bekommt also eine Winkelverteilung für das zweite Quant $W(\theta)$. Wie in die Einführung schon erwähnt wurde, interessieren wir uns bei der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelation für Zwischenzustände mit extrem

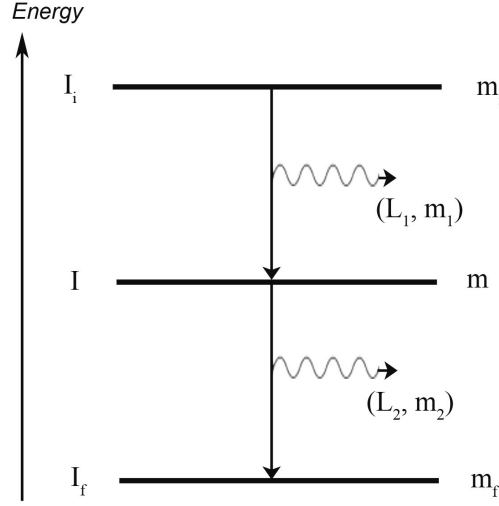


Abbildung 12: Quantenzahlen für $\gamma\gamma$ -Kaskade mit reinen Multipolaritäten

kurzen Lebensdauer, so dass beide emittierten Photonen “praktisch zeitgleich” ankommen (Lebensdauer des Zwischenzustands bis zu $\sim ms$). Ein solches Ereignis wird **Koinzidenz** genannt.

Im Allgemeinen lässt sich die Winkelverteilung oder „Winkelkorrelation“ $W(\theta)$ in der Form [6]:

$$W(\theta) = 1 + A_2 \cdot P_2(\cos\theta) + A_4 \cdot P_4(\cos\theta) + \dots + A_{2k_{max}} \cdot P_{2k_{max}}(\cos\theta) \quad (39)$$

schreiben, mit

$$k_{max} = \text{Min}(I, L_1, L_2) \quad (40)$$

Hier werden die Drehimpuls Quantenzahlen des ersten und zweiten γ -Quants mit L_1 und L_2 bezeichnet. Die Anfangs-, Zwischen- und Endzustände haben die Kernspin Quantenzahlen: I_i , I und I_f (siehe Abb. 12). $P_\nu(\cos\theta)$ bezeichnen die Legendre Polynome.

Wie oben schon erwähnt wurde, betrachtet man in der Praxis meistens nur Übergänge mit reinen Multipolaritäten. Unter dieser Voraussetzung kann man eine Vereinfachung der Theorie, anders gesagt, eine „Naive Theorie“ verwenden. Wir betrachten nun wieder die Übergangswahrscheinlichkeit eines 2-Niveau-Systems und erhalten:

$$W(I_i, m_i \rightarrow I_f, m_f) = \text{konst.} \cdot G(m_i, m_f) \quad (41)$$

Hier ist der konstante Term durch das Kernmatrixelement gegeben. Der geometrische Term G ist gleich dem Quadrat des Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$G(m_i, m_f) = \langle I_f l m_f M | I_i m_i \rangle^2, \quad (42)$$

wobei die Multipolarität der Strahlung wieder mit l und mit Projektor $M = m_f - m_i$ bezeichnet wird. Für die Winkelverteilung der emittierten Gamma-Strahlung einer orientierten

Quelle erhält man [7]:

$$X_l(\theta) = \sum_{m_i, m_f} P(m_i) \cdot \langle I_f l m_f M | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_l^{m_i - m_f}(\theta)|, \quad (43)$$

wobei $|\vec{X}_l^{m_i - m_f}(\theta)|$ wieder die vektoriellen Kugelflächefunktionen sind. Wie schon erwähnt wurde, führt die Emission einer isotropen Quelle in eine festgelegte Richtung (z -Achse) zu einer Orientierung im Endzustand, was eine anisotrope Winkelverteilung der zweiten Strahlung zur Folge hat.

Wir betrachten deswegen wieder das Drei-Niveau-System, welches in Abb. 12 zu sehen ist. Wegen der Annahme reiner Multipolaritäten gilt $m_2 = m - m_f$ und $m_1 = m - m_i$. Für die Besetzungswahrscheinlichkeit im mittleren Zustand I, m bekommen wir:

$$P(m) = \sum_{m_i} \langle I L_1 m m_1 | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m_i - m}(\theta = 0)| \quad (44)$$

Dies setzen wir in die Gleichung (43) für den zweiten Strahlungsübergang ein und erhalten für die Winkelkorrelationsfunktion:

$$W(\theta) = \sum_{m_f, m, m_i} \langle I L_1 m m_1 | I_i m_i \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m_i - m}(\theta = 0)| \cdot \langle I_f L_2 m_f m_2 | I m \rangle^2 \cdot |\vec{X}_{L_1}^{m - m_f}(\theta)| \quad (45)$$

Die Winkelverteilung lässt sich aber noch weiter simplifizieren. In der Fachliteratur wird die Korrelationsfunktion oft als Summe gerade Potenzen von $\cos\theta$ dargestellt [2]:

$$W(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2\theta + a_4 \cdot \cos^4\theta + \dots + a_{2k_{max}} \cdot \cos^{2k_{max}}\theta, \quad (46)$$

wobei die Reihe wieder bei $k_{max} = \min(I, L_1, L_2)$ abbricht. Es wurde auch das erste Glied auf 1 normiert, so dass man sich in der Praxis meistens nur für die Koeffizienten a_2 und a_4 interessiert. Sie können experimentell aus einer gemessenen Winkelverteilung bestimmt werden. Es werden in Tabelle 2 die theoretischen Zahlenwerte für a_2 und a_4 für einige γ -Kaskaden angegeben.

Kaskade $I_i(L_1) I(L_2) I_f$	a_2	a_4
0(1) 1(1) 0	+1	0
1(1) 1(1) 0	$-\frac{1}{3}$	0
1(2) 1(1) 0	$-\frac{1}{3}$	0
2(1) 1(1) 0	$-\frac{1}{5}$	0
3(2) 1(1) 0	$-\frac{3}{29}$	0
0(2) 2(2) 0	-3	+4
1(1) 2(2) 0	$-\frac{1}{3}$	0
2(1) 2(2) 0	$+\frac{3}{7}$	0
2(2) 2(2) 0	$-\frac{15}{13}$	$+\frac{16}{13}$
3(1) 2(2) 0	$-\frac{3}{29}$	0
4(2) 2(2) 0	$+\frac{1}{8}$	$+\frac{1}{24}$

Tabelle 2: Die Koeffizienten a_2 und a_4 für einige γ -Kaskaden, entnommen aus [2].

Anhand dieser Tabelle werden die Begrenzungen der $\gamma\gamma$ –Winkelkorrelation als Messmethode direkt klar. Die gemessene Winkelverteilung liefert keine eindeutige Zuordnung der Koeffizienten zu einer bestimmten Kaskade. Außerdem liefert diese Methode keine eindeutigen Informationen über die Parität des Zustands, da die obigen Ergebnisse sowohl für elektrische als auch magnetische Strahlung gelten. Information über die Parität kann nur über ein schon zum Teil bekanntes Bild des Zerfallsschemas gewonnen werden.